

Διατριβή που υποβλήθηκε για την απονομή διδακτορικού διπλώματος

«Αξιολόγηση της δυναμικής ευστάθειας πλοίου μέσω της Λαγκρανζιανής συνεκτικότητας»

Ιωάννης Κοντολέφας

Περίληψη: Στην παρούσα διατριβή παρουσιάζεται ένα πλαίσιο για τη διερεύνηση φαινομένων δυναμικής αστάθειας τα οποία ενδέχεται να εκδηλωθούν κατά τη λειτουργία πλοίων σε περιβάλλον υψηλών τυχαίων κυματισμών. Το πλαίσιο αυτό βασίζεται στη *Λαγκρανζιανή συνεκτικότητα*—μια συλλογή εννοιών και μεθόδων που αποσκοπούν στον εντοπισμό συνόλων λύσεων τα οποία, αναφορικά με συγκεκριμένες αρχές συνεκτικότητας, χαρακτηρίζονται από συνεκτική συμπεριφορά. Το ενδιαφέρον μας για τον εντοπισμό συνεκτικών συνόλων λύσεων προκύπτει από την εγγενή ικανότητά τους να αποτυπώνουν αποτελεσματικά τα ουσιώδη, πεπερασμένου χρόνου χαρακτηριστικά του υποκείμενου δυναμικού συστήματος. Στα προβλήματα που εξετάζονται, το δυναμικό σύστημα αποτελεί το μαθηματικό μοντέλο που αναπαράγει ποιοτικά τις κινήσεις πλοίων που επιχειρούν σε κυματισμούς. Εφοδιασμένοι με τα εργαλεία της Λαγκρανζιανής συνεκτικότητας, επικεντρωνόμαστε στην ανάλυση δύο αλληλένδετων και δυνητικά επικίνδυνων φαινομένων, γνωστά με τους όρους *surf-riding* και *broaching-to*. Τα φαινόμενα αυτά σχετίζονται με τις κινήσεις πλοίων σε περιβάλλον απότομων πρυμναίων κυματισμών και μπορεί να οδηγήσουν στην ανάπτυξη σημαντικής εγκάρσιας κλίσης ή ακόμη και σε ανατροπή. Σε ανώτερο επίπεδο, η παρούσα διατριβή οργανώνεται σε δύο κύρια μέρη. Το πρώτο επικεντρώνεται στη Λαγκρανζιανή συνεκτικότητα, ενώ το δεύτερο στη δυναμική των κινήσεων πλοίου, όπως αυτή ερμηνεύεται μέσα στο πλαίσιο της Λαγκρανζιανής συνεκτικότητας και, ευρύτερα, της θεωρίας δυναμικών συστημάτων.

Στο πρώτο μέρος παρουσιάζονται μέθοδοι που αποσκοπούν στον εντοπισμό Λαγκρανζιανής συνεκτικής συμπεριφοράς. Σε γενικές γραμμές, οι μέθοδοι αυτές αποσκοπούν στον εντοπισμό δύο τύπων διακεκριμένων δυναμικών αντικειμένων: *Λαγκρανζιανών συνεκτικών δομών* (ΛΣΔ) και *συνεκτικών συνόλων πεπερασμένου χρόνου* (ΣΣΠΧ). Αντικείμενα αυτών των δύο τύπων εμφανίζονται συνήθως σε φυσικές ροές—οι οποίες αναφέρονται στην εξέλιξη των σωματιδίων ενός ρευστού σε ένα πεδίο ροής—ή σε ιδεατές, αφηρημένες ροές, όπως αυτές που περιγράφουν την εξέλιξη ιδεατών σωματιδίων που ακολουθούν τις λύσεις ενός δυναμικού συστήματος. Όσον αφορά την τελευταία περίπτωση, αυτά τα ιδεατά σωματίδια αναφέρονται ως *σωματίδια κατάστασης*, ενώ ο περιβάλλον χώρος—ο οποίος περικλείει όλες τις λύσεις του δυναμικού συστήματος—ονομάζεται *χώρος καταστάσεων*. Σε κάθε περίπτωση, οι ΛΣΔ και τα ΣΣΠΧ αντιστοιχούν σε σύνολα—συγκεκριμένα, σύνολα τροχιών σε ροές ρευστών ή σύνολα λύσεων σε ροές χώρου καταστάσεων—τα οποία διαγράφουν τη χρονική εξέλιξη οργανωμένων σχηματισμών σωματιδίων με διακεκριμένες ιδιότητες. Στο πλαίσιο της συγκεκριμένης εργασίας επικεντρωνόμαστε σε εφαρμογές που αφορούν ροές χώρου καταστάσεων—εξετάζουμε, δηλαδή, αποκλειστικά δυναμικά συστήματα. Παρ' όλα αυτά, το πλαίσιο της Λαγκρανζιανής συνεκτικότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση οποιασδήποτε ροής—φυσικής ή ιδεατής—που επάγεται από ένα υποκείμενο διανυσματικό πεδίο. Αυτό το διανυσματικό πεδίο μπορεί να είναι διαθέσιμο αναλυτικά ή αριθμητικά, μπορεί να αντιστοιχεί σε μοντέλα διαφορετικής πιστότητας, ή μπορεί ακόμη και να προέρχεται από μετρήσεις του πραγματικού κόσμου.

Χρησιμοποιώντας όρους της θεωρίας δυναμικών συστημάτων, οι ΛΣΔ ορίζονται ως *αναλλοίωτες επιφάνειες*—επιφάνειες που αποτελούνται εξ ολοκλήρου από λύσεις—οι οποίες, κατά τη διάρκεια ενός διαστήματος πεπερασμένου χρόνου, μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν τοπικά ένα μέσο μέτρο Λαγκρανζιανής έλξης, απώθησης ή διάτμησης. Αυτή η ιδιότητα αναδεικνύει τον οργανωτικό ρόλο των ΛΣΔ σε σχέση με παρακείμενες αναλλοίωτες επιφάνειες. Από την άλλη πλευρά, τα ΣΣΠΧ αντιστοιχούν σε *αναλλοίωτα*

σύνολα που ανθίστανται στη διασπορά των λύσεων από τις οποίες συντίθενται—αυτές διατηρούν ισχυρή χωροχρονική συσχέτιση κατά τη διάρκεια ενός διαστήματος πεπερασμένου χρόνου. Εξετάζονται τρεις μέθοδοι για τον εντοπισμό υπερβολικών ΛΣΔ—οι οποίες κατηγοριοποιούνται περαιτέρω σε *ελκτικές* και *απωστικές*—καθώς και τρεις μέθοδοι για τον εντοπισμό ΣΣΠΧ. Επικεντρωνόμαστε συγκεκριμένα σε υπερβολικές ΛΣΔ καθώς αυτές είναι άμεσα συσχετισμένες με τα προβλήματα που εξετάζονται στην παρούσα διατριβή. Αντίθετα, μέθοδοι που στοχεύουν στην αναγνώριση *παραβολικών* και *ελλειπτικών* δομών δεν συμπεριλαμβάνονται σε αυτήν τη μελέτη. Για τις υπερβολικές δομές εξετάζουμε τον εκθέτη *Lyapunov πεπερασμένου χρόνου*, τον εκθέτη *Lyapunov πεπερασμένου μεγέθους* και τη μεταβολική θεωρία υπερβολικών ΛΣΔ. Για τον εντοπισμό ΣΣΠΧ εξετάζουμε μια πιθανοτική μέθοδο που βασίζεται στον τελεστή μεταφοράς (ή τελεστή Perron-Frobenius) μαζί με δύο προσεγγίσεις που βασίζονται σε αλγόριθμους ομαδοποίησης και εμπίπτουν στην ευρύτερη κατηγορία της μη επιβλεπόμενης μηχανικής μάθησης. Η πρώτη από αυτές χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο *ασαφούς ομαδοποίησης* (fuzzy c-means clustering) ενώ η δεύτερη βασίζεται στη *φασματική ομαδοποίηση*. Τέλος, το πρώτο μέρος ολοκληρώνεται με μια σύντομη επισκόπηση πρακτικών ζητημάτων τα οποία σχετίζονται με την ανάλυση δυναμικών συστημάτων μέσω μεθόδων εντοπισμού Λαγκρανζιανής συνεκτικής συμπεριφοράς. Συγκεκριμένα, αναφέρεται ο τρόπος με τον οποίο αντιμετωπίστηκαν δύο σημαντικές πρακτικές προκλήσεις οι οποίες αφορούν (1) τις υψηλές υπολογιστικές απαιτήσεις των μεθόδων που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια της παρούσας εργασίας και (2) τη μεγάλη εξάρτηση της ανάλυσης από την οπτική επιθεώρηση μεγάλου όγκου δεδομένων στον χώρο καταστάσεων. Για την αντιμετώπιση αυτών των ζητημάτων αναπτύξαμε αριθμητικά εργαλεία σε προγραμματιστικό μοντέλο CUDA C/C++ και αξιοποιήσαμε τη διαλειτουργικότητα των διεπαφών προγραμματισμού εφαρμογών CUDA και OpenGL (Open Graphics Library).

Το δεύτερο μέρος της παρούσας διατριβής οργανώνεται σε τρία επιμέρους τμήματα. Στο πρώτο, δημιουργούμε ένα εννοιολογικό πλαίσιο για την ανάλυση των κινήσεων πλοίου, το οποίο βασίζεται στη θεωρία δυναμικών συστημάτων. Στο δεύτερο, εφαρμόζουμε αυτό το πλαίσιο—υποστηριζόμενο από τις μεθόδους εντοπισμού Λαγκρανζιανής συνεκτικής συμπεριφοράς—για την ανάλυση δυναμικών συστημάτων τα οποία αναπαράγουν φαινόμενα κινήσεων πλοίων σε κυματισμούς. Στο τρίτο, αξιοποιούμε την πληροφορία που αποκτήθηκε κατά το στάδιο της ανάλυσης, για να αναπτύξουμε μια καινοτόμο μέθοδο για την ποσοτικοποίηση της πιθανότητας εκδήλωσης των φαινομένων surf-riding και broaching-to σε τυχαίους κυματισμούς. Το εννοιολογικό πλαίσιο που παρουσιάζεται επικεντρώνεται σε *μη αυτόνομα δυναμικά συστήματα*—δυναμικά συστήματα που εξαρτώνται ρητά από τον χρόνο—και αξιοποιεί μια κατάλληλη δυναμική αποσύνθεση του καθολικού αναδρομικού ελκυστή—του αναλλοίωτου εκείνου συνόλου που έλκει όλες τις λύσεις που έχουν αρχικοποιηθεί σε μακρινούς παρελθοντικούς χρόνους. Σε πρακτικό επίπεδο, αυτή η αποσύνθεση αποσκοπεί στην κατασκευή μιας συλλογής διακριτών, δυναμικά ουσιαστικών μονάδων, οι οποίες δύνανται να αναπαράγουν την ουσιαστική δυναμική του καθολικού αναδρομικού ελκυστή. Ανάλογα με τις ιδιότητες του υποκείμενου συστήματος, η αποσύνθεση αυτή μπορεί να έχει χαρακτηριστικά άπειρου ή πεπερασμένου χρόνου. Στην τελευταία περίπτωση, κάθε δυναμικά ανεξάρτητη μονάδα αποτελεί ένα ΣΣΠΧ. Συνδυάζοντας αυτό το εννοιολογικό πλαίσιο με τα εργαλεία της Λαγκρανζιανής συνεκτικότητας, αναλύουμε την ποιοτική συμπεριφορά των λύσεων στον χώρο καταστάσεων δυναμικών συστημάτων που μοντελοποιούν τις κινήσεις πλοίων σε κυματισμούς. Η πρόσβαση σε πληροφορία σχετική με την τοπολογία των λύσεων—αυτή αποκαλύπτεται μέσω της αναγνώρισης υπερβολικών ΛΣΔ και ΣΣΠΧ—επιτρέπει τη γεωμετρική ερμηνεία της δυναμικής των φαινομένων surf-riding και broaching-to—όπως αυτή εκδηλώνεται στον χώρο καταστάσεων—σε τυχαίους κυματισμούς.

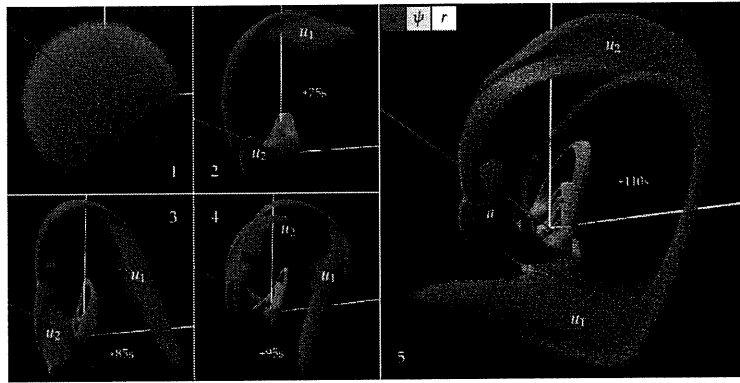


Figure 1. Results concerning the evaluation of the broaching membership function. Each particle traces a distinct solution and is colored according to the value of the membership function. Red color indicates particles tracing solutions that have been classified as aligning with the broaching response pattern.

Σχήμα 1. Αποτελέσματα υπολογισμού της συνάρτησης συμμετοχής broaching. Κάθε σωματίδιο διατρέχει διαφορετική λύση και χρωματίζεται ανάλογα με την τιμή της συνάρτησης συμμετοχής. Το κόκκινο χρώμα υποδεικνύει σωματίδια που διατρέχουν λύσεις οι οποίες έχουν ταξινομηθεί ως ευθυγραμμισμένες με το μοτίβο απόκρισης broaching.

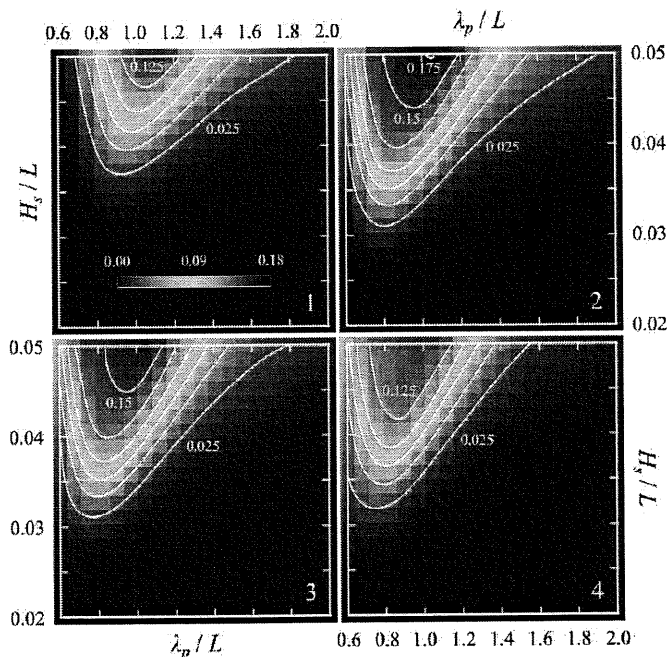


Figure 2. Probability of broaching on the parameter plane of modal wavelength and significant wave height. Each subfigure corresponds to a different commanded heading value.

Σχήμα 2. Πιθανότητα εμφάνισης του φαινομένου broaching στο παραμετρικό επίπεδο του μήκους κύματος κορυφής και του σημαντικού ύψους κύματος. Κάθε επιμέρους σχήμα αντιστοιχεί σε διαφορετική τιμή της επιλεγμένης γωνίας πορείας.

Σημειώνεται ότι, σε πολλές περιπτώσεις, τα αποτελέσματα από την αναγνώριση υπερβολικών ΛΣΔ και ΣΣΠΧ υποστηρίζονται και επαληθεύονται από προσομοιώσεις μεγάλης κλίμακας—οι τελευταίες αξιοποιούνται επίσης για την αναγνώριση αναδρομικών ελκυστών. Κάνοντας χρήση της πληροφορίας που αποκτήθηκε κατά το στάδιο ανάλυσης των φαινομένων surfriding και broaching-to σε τυχαίους κυματισμούς, η μελέτη καταλήγει στην ανάπτυξη μιας καινοτόμου διαδικασίας για την ποσοτικοποίηση της πιθανότητας εμφάνισης αυτών των δυνητικά επικίνδυνων φαινομένων. Το σχήμα ποσοτικοποίησης της πιθανότητας

αξιοποιεί δυναμικά ενημερωμένους ορισμούς των δύο αυτών φαινομένων, οι οποίοι βασίζονται στην κατασκευή κατάλληλων συναρτήσεων συμμετοχής. Οι συναρτήσεις αυτές ποσοτικοποιούν τον βαθμό στον οποίο ένα τμήμα λύσης ανήκει σε ένα συνεκτικό σύνολο πεπερασμένου χρόνου που σχετίζεται με τα μοτίβα απόκρισης surf-riding ή broaching. Στο τελευταίο μέρος της διατριβής, παρουσιάζουμε αποτελέσματα σχετικά με τον υπολογισμό αυτών των συναρτήσεων συμμετοχής κατά μήκος επιλεγμένων λύσεων ενός συστήματος που μοντελοποιεί τις επίπεδες κινήσεις ενός πλοίου σε τυχαίους ακολουθούντες κυματισμούς. Τέλος, αναφέρουμε αποτελέσματα σχετικά με την πιθανότητα εμφάνισης του φαινομένου broaching, όπως αυτή υπολογίζεται πάνω στο παραμετρικό επίπεδο του μήκους κύματος κορυφής και του σημαντικού ύψους κύματος του κυματικού φάσματος.

«Assessment of ship dynamic stability through Lagrangian coherence»

Ioannis Kontolefas

Abstract: In this thesis, we introduce a framework for investigating dynamic instability phenomena that may occur in ships operating in steep irregular waves. This framework relies on *Lagrangian coherence*—a collection of concepts and methods aimed at identifying solution sets that exhibit coherent behavior with respect to specific coherence principles. Our interest in identifying such sets arises from their inherent ability to effectively capture the essential finite-time properties of the underlying dynamical system. In the problems considered herein, the dynamical system serves as a mathematical model that qualitatively reproduces the motions of ships in waves. Equipped with the Lagrangian coherence toolkit, we focus on analyzing two interrelated and potentially hazardous ship-motion phenomena—namely, surf-riding and broaching-to. These phenomena are associated with the operation of ships in following or stern-quartering seas and may result in significant heeling or even capsizing. At a higher level, this thesis is organized into two main parts: one focused on Lagrangian coherence, and the other on ship dynamics as interpreted through the lens of Lagrangian coherence and, more broadly, dynamical systems theory.

In the first part, we review methods for detecting Lagrangian coherence. These methods generally aim to identify two types of prominent dynamic objects: *Lagrangian coherent structures* (LCS) and *finite-time coherent sets* (FCS). Such objects typically arise in physical flows—describing the evolution of fluid particles within a flow domain—or in abstract flows, such as those describing the evolution of fictitious particles that trace the solutions of a dynamical system. As regards the latter case, these fictitious particles are referred to as *state particles*, while their ambient space—encompassing all solutions of the dynamical system—is called the *state space*. In either context, LCS and FCS correspond to sets—specifically, trajectory sets in fluid flows or solution sets in state-space flows—that delineate the evolution of particle formations with distinguishing properties. Herein, we narrow our scope to state-space flows—that is, we exclusively consider dynamical systems. Nevertheless, the Lagrangian coherence framework is flow agnostic: it applies to any flow—physical or abstract—generated by a vector field. This vector field may be available either analytically or numerically; may correspond to models of varying fidelity; or may even be derived from real-world measurements.

In the language of dynamical systems theory, LCS are defined as *invariant surfaces*—surfaces entirely composed of solutions—that locally extremize an average measure of Lagrangian attraction, repulsion, or shear over a finite time interval. This local extremizing property highlights the organizing role of LCS relative to neighboring surfaces of the same class. Meanwhile, finite-time coherent sets are invariant sets that resist dispersion and maintain strong spatiotemporal correlation over a finite interval. We review three methods for identifying *hyperbolic* LCS—further categorized as *attracting* and *repelling* LCS—as well as three methods for identifying FCS. Our focus is specifically on hyperbolic LCS, as these are particularly relevant to the problems addressed in this thesis. In contrast, methods targeting *parabolic* and *elliptic* LCS fall outside our scope. For hyperbolic LCS, we consider the *finite-time Lyapunov exponent*, the *finite-size Lyapunov exponent*, and the *variational theory of hyperbolic LCS*. For identifying FCS, we consider a probabilistic method based on the *transfer operator* (also known as the *Perron–Frobenius operator*) along with two clustering-based approaches falling under the umbrella of unsupervised machine learning. The first employs the *fuzzy c-means clustering* algorithm, while the second relies on *spectral clustering*. Finally, the first part concludes with a brief overview of practical considerations

relevant to the analysis of dynamical systems using Lagrangian methods for coherence detection. Specifically, we address two key challenges: (1) the high computational demands of the methods presented, and (2) the heavy reliance of the analysis on visual inspection of large volumes of state-space data. To tackle these issues, we developed numerical tools in CUDA C/C++ and leveraged CUDA/OpenGL interoperability for efficient visualization.

The second part of this thesis comprises three subparts. First, we establish a conceptual framework for analysing ship motions, grounded in dynamical systems theory. Second, we apply this framework—enhanced with the previously introduced Lagrangian methods—to systems that replicate ship-in-waves motion phenomena. Third, we draw on the resulting insights to develop a method for quantifying ship susceptibility to surf-riding and broaching in irregular waves. The conceptual framework introduced is focused on *nonautonomous systems*—those that depend explicitly on time—and leverages an appropriate dynamic decomposition of the *global pullback attractor*—the invariant set that attracts all solutions initiated in the distant past. Practically, this decomposition aims to produce a collection of distinct, dynamically meaningful units that, in aggregate, recreate the essential dynamics of the global pullback attractor. Depending on the properties of the underlying system, the decomposition may have either an infinite- or finite-time scope. In the latter case, each dynamic unit constitutes an FCS. By pairing this conceptual framework with the Lagrangian coherence toolkit, we analyze the qualitative behaviour of solutions in the state space of dynamical systems that model ship-in-waves motions. Access to information on solution topology—revealed through hyperbolic LCS and FCS—enables the interpretation of surf-riding and broaching dynamics in irregular seas through the lens of dynamical systems theory. It is noted that, in many cases, results from hyperbolic LCS and FCS identification are complemented and verified by large-scale direct simulations; these simulations are also leveraged for the identification of pullback attractors. Building on insights into surf-riding and broaching dynamics in irregular seas, the study culminates in the development of a novel procedure for quantifying the probability associated with the occurrence of these potentially hazardous ship-motion phenomena. The probability quantification scheme builds upon dynamically informed definitions of surf-riding and broaching, both relying on the construction of suitable membership functions. These functions quantify the degree to which a finite-time solution segment belongs to an FCS associated with the surf-riding or broaching response pattern. In the final part of this thesis, we present results on the computation of the surf-riding and broaching membership functions evaluated along solutions of a system modeling the planar motions of a ship in irregular stern-quartering seas. Finally, we report results on the probability of broaching from ensembles of solutions, mapped over the parameter plane defined by the modal wavelength and significant wave height of the wave spectrum. Such results can be directly exploited to enhance ship design, as well as to support route planning and operation-oriented decision-making.